INTRODUZIONE

29/09/2015

FLUIDO = materiale che non sopporta sforzi di taglio applicati alla sua superficie

Proprietà dei fluidi

- DENSITÀ' → $\rho = \frac{m}{V}$ $\left(\rho_{H_2O} = 1000 kg/m^3\right)$ $\rho_{aria} = 1.2 kg/m^3$

Tra una grande massa la densità può variare molto nello spazio e nel tempo.
Quando si tratta con dei liquidi conviene esprimere la densità come

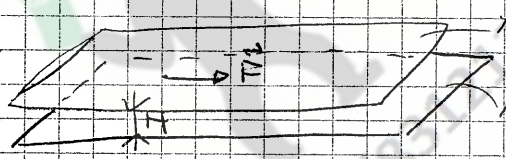
$$\lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \rho$$

poiché ρ può variare con la posizione.

- VISCOSITÀ' = misura della resistenza che il fluido oppone agli sforzi di taglio cui esso è sottoposto

Esperimento per determinare la viscosità:

Due piani di area A molto grande rispetto alla distanza tra i due piani



Si applica una forza sulla sup. superiore - Il sistema si mette in moto.

Dopo un certo tempo il sist. raggiunge un condizione di equilibrio meccanico, cioè si muove a velocità costante, quindi la risultante delle forze applicate è nulla - Tutti i fluidi bisognerà da cui l'altra forza $\vec{T} \cdot A$.

Sforzo di taglio → $\tau = \frac{F}{A}$

Velocità di scorrimento → $\Gamma_s = \frac{U}{H}$

$$\Rightarrow \tau = \mu(\Gamma_s)\frac{U}{H}$$

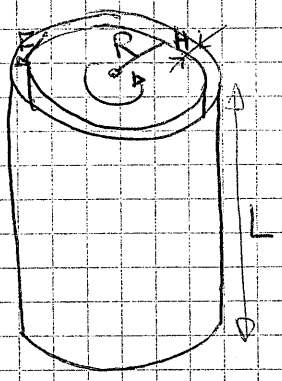
Si osserva sperimentalmente questo andamento.

$\mu(\Gamma_s) = \mu$ → Viscosità

È una "costante", nel senso che i fluidi newtoniani hanno viscosità indipendente dalla velocità di scorrimento

Fluidi non newtoniani ≠

VISCOSIMETRO



Due cilindri di raggio simile. Appena un cilindro tende a ruotare di velocità interno, che quindi ruota a velocità Ω. La velocità periferica è ΩR.

$$\text{velocità di scorrimento} = \frac{\Omega R}{H}$$

$$\text{sforzo di taglio} = \frac{\Omega R}{H}\mu$$

[misure delle viscosità → Poises

$\mu_{H_2O} \approx$

$\mu_{olio} \approx 1000 \mu_{H_2O}$ → Costi di pompaggio credito maggiori]

$$\text{momento torcente applicato} = \frac{\Omega R^2}{H} 2\pi RL = M_T$$

↓

da qui si può calcolare μ

master COPY COPISTERIA

~~RICHIAMI DI ALGEBRA~~

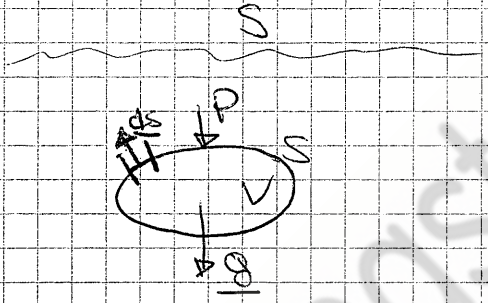
STATICA DEI FLUIDI

Fluidi: fermi, nei quali non si applicano sforzi tangenziali

PRESSIONE

Ho un volume grande di fluido. Ne seleziono una porzione, un elemento di fluido. Tale elemento di fluido è fermo.

Es. in cui "vedo implicito", se non considero una porzione nel quale non si sono pesi ma nessuno che muove, tale porzione è fermo.



P deve essere ⊥ alla sup. perché siamo nell'ipotesi dei fluidi

Le forze che agiscono sull'elemento di fluido sono:

- Forze di gravità (come forza di volume) $\rightarrow f = \int_V \rho g \, dV = \rho g V$
  ≠ forza di superficie
  per l'acqua, avendo ρ uniforme
  Non vale per questa spiegazione vale è vera.

- Pressione (è una forza di superficie) → È l'unica forza di superficie nella statica dei fluidi. Astraendo la forza di gravità. Esse è normale alla superficie ed è una forza di compressione, cioè diretta contro la superficie.

ds = elemento di superficie orientata → è ⊥ alla superficie, arbitrariamente orientata verso l'esterno

Forza che agisce sull'elemento ds → $-\int_S p \, ds$
$-$ perché p è opposta alla normale esterna

Eq. di equilibrio $\boxed{-\int_S p \, ds + \int_V \rho g \, dV = 0}$

master COPY COPISTERIA

Formula di Gauss-Green → $\int_S p\,\underline{dS} = \int_V \underline{\nabla} p\,dV$

$\left(\int_S \underline{v} \cdot \underline{dS} = \int_V \underline{\nabla} \cdot \underline{v}\,dV \right)$

Possiamo di semplificare l'eq. di equilibrio:

$$-\int_V \underline{\nabla} p\,dV + \int_V \rho \underline{g}\,dV = 0 = \int_V (-\underline{\nabla} p + \rho g)\,dV = 0$$

BILANCIO DI FORZE PER FLUIDO IN QUIETE $\quad -\underline{\nabla} p + \rho g = 0$ Questo è ciò che serve

$\underline{\nabla}$ = (nabla) = è il gradiente, che in generale è un operatore matematico lineare vettoriale, applicabile a qualsiasi funzione, sia scalare che vettoriale

$$\underline{\nabla} = \frac{\delta}{\delta x}\hat{\imath} + \frac{\delta}{\delta y}\hat{\jmath} + \frac{\delta}{\delta z}\hat{k}$$

Se applico a una funzione scalare → $\underline{\nabla}$ = gradiente

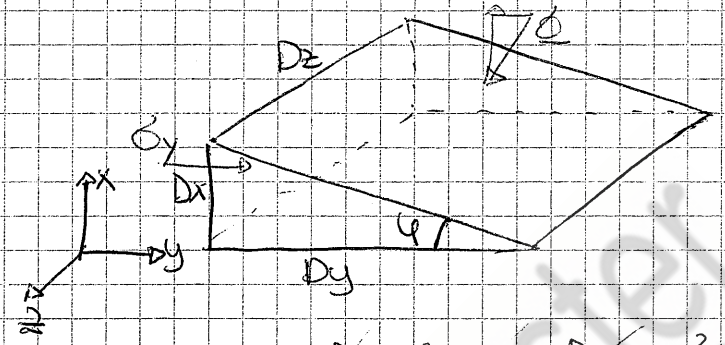
Se applico a una funzione vettoriale $\underline{v}$ → $\underline{\nabla} \cdot \underline{v} = \frac{\delta v_x}{\delta x} + \frac{\delta v_y}{\delta y} + \frac{\delta v_z}{\delta z} = \underline{\nabla} \times \underline{v}$

è la divergenza di $\underline{v}$

master COPY COPISTERIA

TEOREMA DI PASCAL

Considerando un qualsiasi punto in cui contiene posso individuare un insieme di ∞ piani passanti per quel punto, ma P su tali piani è sempre $\perp$ ed esiste ha sempre lo stesso valore quale che sia l'inclinazione del piano.



Piano con inclinazione φ - Delimito un elemento di peso, che "incorre" nel suo "cuore".

$$Dz \cdot \sigma \sin\varphi \cdot \frac{Dx}{\sin\varphi} = \sigma_y Dz Dx$$

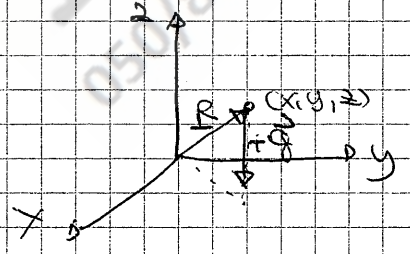
$$\sigma = \sigma_y$$

Voglio determinare la forza esercitata su un volume V delle tensioni agenti sulla superficie S.

$$-\underline{\nabla} p + \rho \underline{g} = 0$$

$$\underline{g} = \underline{\nabla}(\underline{g} \cdot \underline{R})$$

$\underline{R}$ = vettore posizione del punto di coordinate (x,y,z).



master COPY COPISTERIA

$\underline{g}$ ha una sola componente

$$\underline{g} \cdot \underline{R} = -gz \longrightarrow \underline{g} = \underline{\nabla}(-gz) = +g\vec{k} = \underline{g} \quad \text{ok}$$

proiezione di $\underline{R}$ su $\underline{g}$ (prod. scalare)

$$-\underline{\nabla}(p + \rho g h) = 0$$

$$\boxed{p + \rho g h = \text{costante}}$$